

**厦门大学《线性代数I》课程期末试卷**

**试卷类型： A 考试日期 2016.6.8**

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 评阅人 |  |

一．填空题（每小题4分，共20分）：

1. 设**= [1,2,3][3,2,1],**, 那么， *.*

2. 令 ，, 若为可逆矩阵，则满足条件:\_\_\_\_\_. 答案.

3.设向量在向量空间的基 ,,下的坐标是 [2,3,5]，则向量在的基 ,+,++ 下的坐标是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ . 答案

4．如果*A*是3阶实对称矩阵，且 分别是*A*的对应于

不同特征值和的特征向量，那末，*t* =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ . 答案

5. 设实矩阵= 是负定矩阵，则参数  满足条件:\_\_\_\_\_\_ . 答案.

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 评阅人 |  |

二．选择题(每小题各3分，共15分)：

1. 设A,B,C 均为n阶矩阵，且 ABC=E(n阶单位矩阵). 则下列式子中必成立的是\_（2）\_\_.

（1） BAC=E； （2） BCA=E； （3）ACB=E； （4）CBA=E.

2.设向量组（I）：,,┅，可由向量组（II）：,,┅， 线性表示，则\_\_（1）\_\_ .

（1）当s>t时,向量组（I）线性相关 （2）当s>t时,向量组（II）线性相关

（3）当t>s时，向量组（I）线性相关（4）当t>s时,向量组（II）线性相关

3. 设 α=[1,2,3,4],β=[2,3,4,5]是线性方程组 AX = 0 的一个基础解系，则\_\_（2）\_\_\_

（1） A是2×4矩阵 （2）A的秩是2

（3） A的列向量组线性无关 （4） A的行向量组线性相关

4. 设*A*为5阶矩阵，是*A*的伴随矩阵，且，则行列式=\_（4）\_\_\_ .

（1） （2） （3）  （4）

5. 设A=,B=,则A与B\_\_（1）\_\_\_ .

（1） 合同且相似 （2） 合同但不相似

（3）不合同但相似 （4）不合同且不相似

三（15分）令=[1,1,k]**,=[k,1,1]**,=[1,k,1]*,*

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 评阅人 |  |

=[-1,k-2,-1]**. 问k为何值时，

（1）向量 不能由向量组 ,, 线性表示；

（2）向量 能由向量组 ,, 线性表示， 且表示法惟一，并求其一般表示式；

（3）向量 能由向量组 ,, 线性表示，且表示法不惟一，并求其一般表示式.

解 设有————————（2分）

令， 对增广矩阵做初等行变换可得

，

————————（3分）

（1）当时，，线性方程组无解，此时向量 不能由向量组 ,, 线性表示； ————————（2分）

（2）当时，，线性方程组有唯一解，此时向量 能由向量组 ,,线性表示， 且表示法惟一，解得

；————————（4分）

（3） 当时，，线性方程组有无穷多解，此时向量 能由向量组 ,, 线性表示， 且表示法不惟一.此时，



与同解的线性方程组为，的通解为



向量 能由向量组 ,, 线性表示为

————————（4分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 评阅人 |  |

四（14分）.求5元齐次线性方程组



的解空间V（作为R的子空间）的一个规范正交基.

解，对系数矩阵作行初等变换，可得

，————————（4分）

显然，，解空间维数为5-2=3.同解方程组为，

由此可得解空间的一组基 ————————（3分）

正交化： 

————————（4分）

单位化:即为所求的一组规范正交基. ——（3分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 阅卷人 |  |

五.(12分)已知矩阵的特征值为 0，3，3.

试求常数和所满足的条件，并问*A*是否可对角化，为什么？

解 利用特征值和矩阵之间的关系可得，

解得. ————————（6分）

因此. 对两重特征值，考虑齐次线性方程组，由

，—————（3分）

可知，即与两重特征值对应的线性无关的特征向量的个数为，因此矩阵A可对角化. ————————（3分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 评阅人 |  |

六（14分）.求一个可逆线性替换，化3元二次型



为规范形.

解 配方可得 , ————————（6分）

令，即，则

， ————————（4分）

其中可逆的线性变换为. ————————（4分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 评阅人 |  |

七 (10分)设[1,1,…,1] 为n维列向量, 令 .

（1） 求矩阵的全部特征值；

（2） 令为n阶单位矩阵，证明：为可逆矩阵；

（3） 证明：存在n阶正定矩阵，使得.

解 （1）法1 ，又，因此A有一个非零特征值，—（2分）

又矩阵A为对称矩阵，故矩阵A的秩等于A的非零特征值的个数，而，因此A仅有一个非零特征值，其余n-1个特征值均为零。 ————（2分）

法2 ，

故矩阵A仅有一个非零特征值———（2分），其余n-1个特征值均为零。————（2分）

（2）由特征值的性质知，A+E的特征值为n+1,1（n-1重），故零不是矩阵A+E的特征值，因此矩阵A+E可逆. —————（4分）

(3)由矩阵A是对称矩阵知矩阵A+3E是对称矩阵，再利用特征值的性质可知，A+3E的特征值为n+3,3（n-1重），因此矩阵A+3E是正定矩阵，即存在正交矩阵Q，使得

，

定义，计算知. —————（2分）